

НАУРЫЗ ТАРГЫН АТАНБЕКОВИЧ

МЕТОД ТЕПЛОВЫХ ПОЛИНОМ И СПЕЦИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ
ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ОБЛАСТЯХ СО СВОБОДНЫМИ
ГРАНИЦАМИ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

АННОТАЦИЯ

диссертации на соискание степени доктора философии (PhD)
по специальности «6D070500 – Математическое и компьютерное
моделирование»

Диссертация преследует двоякую цель: представить тепловые полиномы и специальные функции и их приложения для некоторых более совершенных моделей фазовых переходов (первого рода), а также проиллюстрировать метод решения для анализа связанных нелинейных начальных и граничных значений. проблемы. Эти два аспекта едва ли можно разделить, поскольку взаимодействие между моделированием и анализом - это кровь и жизнь исследований проблем типа Стефана.

Основная идея использования метода тепловых полиномов для решения прикладных задач теплопередачи в областях со свободными границами заключается в том, что этот метод позволяет построить решение задачи в виде, в точности удовлетворяющем дифференциальному уравнению, а неизвестные коэффициенты в решении структура и коэффициенты расширения свободной границы выбираются таким образом, чтобы точно или приблизительно удовлетворяли начальным и граничным условиям. Этот метод позволяет получить приближенное решение с любой степенью точности и оценить погрешность аппроксимации с использованием принципа максимума.

Цель диссертации. Основная цель диссертации - разработка новых точных и приближенных аналитических методов решения задач тепломассопереноса с фазовыми превращениями вещества на основе методов тепловых полиномов и их использование для исследования динамики и расчета эрозии электроконтактных систем. низковольтные устройства. Решение этих проблем и их анализ позволит найти новые перспективные направления для создания современных низковольтных электрических устройств и выбрать оптимальные режимы их коммутационной способности. а также разработать на этой основе практические рекомендации по снижению мостовой и дуговой эрозии контактов, повышению надежности и срока службы электрических устройств, экономии драгоценных и дефицитных материалов для электрических контактов (серебра, золота, платины, вольфрама) для эквивалентных композитных материалов.

Задачи диссертации. Диссертация состоит из следующих задач:

- Одномерные тепловые полиномы и связанные с ними функции;

- Тепловые полиномы для решения сферических и цилиндрических задач теплопроводности;
- Специальные функции для решения задач теплового процесса в процессах электрического контакта.
- Решение тепловых задач по подобию с коэффициентами температурной зависимости.

Для построения математических моделей, описывающих процессы тепломассопереноса, предусмотренные в первом задании диссертации, необходимо сначала систематизировать известные свойства одномерных тепловых полиномов и дополнить их новыми свойствами, которые позволят их использовать. решать задачи на участках со свободными границами и оценивать приблизительные ошибки решения. Решение сферических задач будет осуществляться путем их сведения к соответствующим плоско-одномерным задачам. Цилиндрические задачи предполагается решать с помощью связи тепловых многочленов с многочленами Лагерра. Используя полученное решение, будет дано описание динамики свободной границы и разработана методика расчета движения изотерм фазовых переходов (размягчения, плавления и испарения) материала электрода.

Для обобщенного уравнения теплопроводности будут построены соответствующие полиномы теплопроводности и ассоциированные функции, для которых предполагается найти производящую функцию и использовать преобразование Аппеля. Используя построенные тепловые полиномы, будет получено решение задачи сопряжения сферической и осевой моделей методом тепловых полиномов и разработан метод расчета динамики моста и мостовой эрозии электрических контактов.

Научная новизна и значимость диссертации. В последнее время аналитические методы решения задач тепломассопереноса получили новый стимул для своего дальнейшего развития в связи с растущей необходимостью решения многокритериальных задач, для которых численные методы не позволяют оценить влияние большого количества входных параметров на поведение решение и особенно по его динамике. В частности, для решения задач типа Стефана со свободной границей, описывающих теплоперенос с фазовыми переходами, используется интегральный метод теплового баланса, метод возмущений и ряд широко используются другие методы. Основная проблема при использовании этого метода - оценка погрешности аппроксимации, которая для прикладных задач, как правило, заменяется сравнением аналитического решения с экспериментальными данными. В отличие от этого, метод тепловых полиномов, разработанный в этой диссертации, позволяет точно удовлетворить дифференциальное уравнение теплопроводности, а погрешность выполнения начальных и граничных условий может быть оценена с использованием принципа максимума. Тепловые полиномы, введенные П.С. Розенблум и Д. Виддера, можно

рассматривать как базовые функции для построения решения уравнения теплопроводности в виде их линейной комбинации. В этой области получен ряд интересных результатов для решения классических задач теплопроводности.

Одной из важных областей приложения задач со свободной границей является математическое моделирование явлений в низкотемпературной плазме электрической дуги и контактах электрических устройств. Анализ решений позволяет проверить полученные теоретические результаты, проверить эффективность разработанных алгоритмов для конкретных эволюционных процессов в электрических устройствах и дать интерпретацию имеющихся экспериментальных данных.

Метод тепловых полиномов будет использован для решения сферических и цилиндрических задач с фазовыми переходами (размягчение и плавление), возникающих при исследовании процесса нагрева замкнутых электрических контактов в магнитных полях, что позволит определить предельные сварочные токи. Для решения задач теплопередачи с фазовыми переходами в телах с переменным поперечным сечением (жидкометаллический мостик, электрическая дуга) будет разработан аппарат тепловых многочленов, обобщающий одномерные тепловые многочлены, для которых будет найдена производящая функция и соответствующие ассоциированные функции, биортогональные обобщенным тепловым функциям, будут построены с использованием полиномов преобразования Аппеля.

Метод исследования. Для сферической одно- и двухфазной задачи Стефана для решения будут использоваться тепловые полиномы и специальная функция (функция интегральной ошибки). Для обобщенных тепловых задач будет рассмотрен метод специальных функций (многочлены Лагерра и конгруэнтные гипергеометрические функции). В сферической задаче Стефана также эффективны радиальные полиномы тепла. Для аппроксимации задач с помощью полиномов тепла будут использоваться методы вариационной и коллокационной аппроксимации. Доказывается сходимости рядов, представленных линейной комбинацией тепловых многочленов и специальных функций.

Метод подобия будет использован для решения сферической задачи Стефана с коэффициентами температурной зависимости. Этот метод очень полезен для сведения задачи Стефана с уравнением в частных производных к обыкновенному нелинейному дифференциальному уравнению второго порядка, помогает упростить задачу и решить ее с помощью интегрального уравнения типа Вольтерра. Существование решения нелинейной модели будет доказано с помощью теоремы о неподвижной точке.

Публикации. По теме диссертации опубликовано и принято 11 статей: 7 журнальных статей (из них 3 в журналах баз данных Scopus с квартилю Q3,

4 в журналах, рекомендованных Комитетом по контролю в сфере образования и науки МОН РК, также 3 из них проиндексированы в Clarivate Web of Science) и 4 работы в сборниках международных научных конференций (одна из них проиндексирована в Scopus).

Результаты по теме диссертации были опубликованы в следующих работах:

Публикация в журнале входящие в международную базу Scopus или Web of Science

1. T.A. Nauryz, S.N. Kharin. Existence and uniqueness for one-phase spherical Stefan problem with nonlinear thermal coefficients and heat flux condition, 2022, 35(5), pp 645-659. (**Scopus, SJR 0.27, перцентиль 40**), DOI: <http://dx.doi.org/10.12732/ijam.v35i5.2>

2. S.N. Kharin, T.A. Nauryz. Solution of two-phase cylindrical direct Stefan problem by using special functions in electrical contact processes. International Journal of Applied Mathematics, 2021, 34(2), pp 237-248. (**Scopus, SJR 0.268, перцентиль 31**), DOI: <http://dx.doi.org/10.12732/ijam.v34i2>.

3. S.N. Kharin, T.A. Nauryz. One-phase spherical Stefan problem with temperature dependent coefficients. Eurasian Mathematical Journal, 2021, 12(1), pp 49-56. (**Scopus, SJR 0.277, перцентиль 25**), DOI: <https://doi.org/10.32523/2077-9879-2021-12-1-49-56>.

ККСОН

1. S.N. Kharin, T.A. Nauryz, B. Miedzinski. Two phase spherical Stefan inverse problem solution with linear combination of radial heat polynomials and integral error functions in electrical contact process. International Journal of Mathematics and Physics, Vol 11, No. 2, (2020) pp. 4-13, (**ККСОН, Clarivate Web of Science**), DOI: <https://doi.org/10.26577/ijmph.2020.v11.i2.01>

2. S.N. Kharin, T.A. Nauryz. Two-phase Stefan problem for generalized heat equation. News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Vol. 2, No. 330 (2020), pp. 40-49. (**ККСОН, Clarivate Web of Science**), DOI: <https://doi.org/10.32014/2020.2518-1726.13>.

3. S.N. Kharin, T.A. Nauryz. Two-phase spherical Stefan problem with non-linear thermal conductivity. Kazakh Mathematical Journal, 20:1 (2020), pp.27-37. (**ККСОН**).

4. S.N. Kharin, T.A. Nauryz, K. Jabbarkhanov. Solving two-phase spherical Stefan problem using heat polynomials. Kazakh Mathematical Journal, 19:1 (2019), pp. 59-68. (**ККСОН**).

Публикации в материалах международных конференции

1. S.N. Kharin, T.A. Nauryz. Mathematical model of a short arc at the blow-off repulsion of electrical contacts during the transition from metallic phase to gaseous phase. Fifth International Conference on Analysis and Applied Mathematics, Turkey, AIP Conference Proceedings 2325, 020007 (2021); (**Indexed in Scopus, перцентиль 17**). DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0040412>.

2. S.N. Kharin, T.A. Nauryz. Stefan's problem with nonlinear thermophysical characteristics. The traditional international April mathematical conference in honor of the Day of Science Workers of the Republic of Kazakhstan, dedicated to the 75th anniversary of Academician of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan Tynysbek Sharipovich Kalmenov, pp. 169-170. 2021. (in Russian).

3. S.N. Kharin, T.A. Nauryz. The solution of two-phase Spherical Stefan problem by using linear combination of heat polynomials. Traditional International April Mathematical Conference in honor Day of Science Workers of the Republic of Kazakhstan, dedicated to the 1150th anniversary of Abu Nasyr al-Farabi and 75th anniversary of the Institute of Mathematics and mathematical Modeling, p.125, 2020.

4. S.N. Kharin, T.A. Nauryz. Stefan problems with enhanced nonlinearity and its applications. Traditional International April Mathematical Conference in honor Day of Science Workers of the Republic of Kazakhstan, pp. 16-19, 2022.

Структура диссертации и объём диссертации. Диссертационная работа состоит из титульного листа, признания, содержания, введения, трех разделов и заключения, списка литературы, приложения. Общий объём диссертации 110 страниц, в том числе 16 рисунков и 1 таблица.

Основное содержание диссертации. Во введение отражено обоснование актуальности темы диссертации, цели, объекта, предмета, задач исследования, обоснования научной новизны работы.

В первой главе, мы знакомим интегральную функцию ошибок, тепловые полиномы и ассоциированные функции. Специальные функции для обобщенное уравнение теплопроводности представлены такие как полиномы Лагерра и вырожденная гипергеометрическая функция и показано свойства гипергеометрических функции.

Во второй главе, рассматриваются приложения тепловых полиномов и специальных функции. Во первых, рассматривается одна фазная обратная сферическая задача Стефана где мы должны найти температуры жидких и твердых фаз и тепловой поток входящий в электрических контактных пятна. Исследовано приближенные решения тепловых потоков через двух аппроксимирующие методы как вариационный метод и метод коллокации. Сравнивая численные результаты, получаем что вариационный метод даст нам очень хорошую аппроксимацию. Во втором задаче рассматривается решение двух фазной задачи Стефана для обобщенных уравнение теплопроводности с использованием специальных функции (полином Лагерра и вырожденная гипергеометрическая функция).

В третьей главе, рассматриваем одна фазную сферическую задача Стефана с коэффициентами зависящий от температуры. Исследуется метод подобие, которое очень полезно чтобы упростить задачу Стефана на обыкновенную нелинейную дифференциальное уравнение второго порядка с начальными и граничными условиями и с условий Стефана.